



(لطفا پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه کنید)

(۱) ۳۰ کارت داده شده است. بر روی ۱۰ کارت عدد a ، ۱۰ کارت عدد b و بر روی ۱۰ کارت دیگر عدد c نوشته شده است (اعداد a ، b و c دوهو متمایز هستند). برای هر ۵ کارت، ۵ کارت دیگر وجود دارد به طوری که مجموع اعداد نوشته شده روی تمام آن ۱۰ کارت برابر صفر شود. ثابت کنید یکی از اعداد a ، b ، c برابر صفر است. [۴ امتیاز]

(۲) آیا اعداد طبیعی n و m وجود دارند به گونه‌ای که کوچکترین مضرب مشترک اعداد صحیح $1, 2, \dots, n$ ، مساوی با 2008 برابر کوچکترین مضرب مشترک اعداد صحیح $1, 2, \dots, m$ شود؟ [۵ امتیاز]

(۳) در مثلث ABC ، زاویه A قائمه است، نقطه M وسط پاره خط BC است و نقطه H پای ارتفاع رسم شده از رأس A است. خطی که از M گذشته و عمود بر AC است دایره محیطی مثلث AMC را بار دیگر در نقطه P قطع می‌کند. ثابت کنید پاره خط BP پاره خط AH را نصف می‌کند. [۵ امتیاز]

(۴) یک چندضلعی محدب و یک مربع داده شده است. برای هر چیدمانی از دو کپی از این چندضلعی در داخل مربع مفروض، نقطه‌ای وجود دارد که به هر دو کپی متعلق است. ثابت کنید برای هر چیدمانی از سه کپی از این چندضلعی در داخل مربع مفروض، نقطه‌ای وجود دارد که به هر سه کپی متعلق است. [۵ امتیاز]

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۷	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۶	۷	۱	۲	۳	۴	۵
۵	۶	۷	۱	۲	۳	۴
۴	۵	۶	۷	۱	۲	۳
۳	۴	۵	۶	۷	۱	۲
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۱

(۵) جدول روبه‌رو را ببینید. می‌توان ستون‌های آن را با هم و نیز سطرهای آن را با هم جابه‌جا کرد (به هر ترتیبی). با این عملیات چند جدول متمایز از جدول داده شده می‌توان به دست آورد؟ [۶ امتیاز]



(The result is computed from the three problems with the highest scores; the scores for the individual parts of a single problem are summed.)

Scores Problems

1. Given 30 cards, each containing a number: ten cards contain a , ten other cards contain b , and ten remaining ones contain c (the numbers a , b , c are pairwise distinct). For each five cards there exist five other ones such that the sum of numbers in all ten cards equals zero. Prove that one of the numbers a , b , c equals zero.
4
2. Do there exist positive integers n , m such that the least common multiple of the integers $1, 2, \dots, n$ is 2008 times greater than the least common multiple of the integers $1, 2, \dots, m$?
5
3. In triangle ABC , angle A is right, point M is the midpoint of segment BC , and point H is the base of the altitude drawn from vertex A . The line passing through M and perpendicular to AC meets the circumcircle of triangle AMC again at point P . Prove that segment BP bisects segment AH .
5
4. Given a convex polygon and a square. For any location of two copies of the polygon inside the square, there exists a point belonging to both copies. Prove that for any location of three copies of the polygon inside the square, there exists a point belonging to all three copies.
5
5. Given a table (see the figure at the right). It is allowed to permute its rows and to permute its columns (in any order). How many distinct tables can be obtained from the given table by these operations?
6

1	2	3	4	5	6	7
7	1	2	3	4	5	6
6	7	1	2	3	4	5
5	6	7	1	2	3	4
4	5	6	7	1	2	3
3	4	5	6	7	1	2
2	3	4	5	6	7	1