

به نام خدا

مرحله اول مسابقه تیمی خانه ریاضیات اصفهان

(بهمن ۱۳۸۲)

دانش‌آموز گرامی

ضمن آرزوی موفقیت، توجه شما را به نحوه انتخاب سوالات آزمون جلب می‌نمایم.

(۱) فقط به دو سوال باید پاسخ دهید.
در صورتی که به بیش از دو سوال پاسخ دهید، به پاسخ‌های بعدی امتیازی تعلق نمی‌گیرد.

(۲) از دو سوال قسمت اول، حداکثر می‌توانید به یک سوال پاسخ دهید.

بنابراین، دو سوال انتخابی شما میتواند هر دو از قسمت دوم یا یک سوال از قسمت اول و یا یک سوال از قسمت دوم باشد.

(۳) مدت آزمون ۱۳۵ دقیقه می‌باشد.

(۴) پاسخ هر سوال باید روی برگه‌های جداگانه نوشته شود.

(۵) برای انتخاب سوالات به پشت برگه مراجعه کنید.

قسمت اول

۱- رقم یکان عدد $1382(17^{11})$ چیست؟ چرا؟ (۲ نمره)

۲- وسط اضلاع مجاور یک شش ضلعی منتظم را به یکدیگر وصل میکنیم تا شش ضلعی دیگری حاصل شود و یکی از مثلث‌های پدید آمده را رنگ می‌کنیم. فرایند فوق را روی شش ضلعی جدید تکرار می‌کنیم و این عمل را مرتباً ادامه می‌دهیم. در نهایت چه کسری از مساحت شش ضلعی اولیه رنگ شده‌است؟ (۳ نمره)

قسمت دوم

۳- در مثلث غیر مشخص ABC، از نقطه D وسط ضلع BC عمودی بر نیمساز داخلی زاویه A رسم می‌کنیم تا اضلاع AB و AC یا امتداد آنها را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند. ثابت کنید $BE = CF$. (۵ نمره)

۴- اگر a و b و c اعداد حقیقی مثبت باشند،

الف) کدامیک از کسرهای $\frac{a}{b}$ یا $\frac{a+c}{b+c}$ بزرگتر است؟ چرا؟

ب) کدامیک از کسرهای $\frac{a}{b}$ یا $\frac{a+c}{b+c}$ به یک نزدیکتر است؟ چرا؟

پ) اگر a و b اعداد گویا و $a < b$ ثابت کنید عدد اصم x وجود دارد که $a < x < b$ باشد. (۵ نمره)

۵- a تا صفر، b تا یک و c تا ۲ را روی یک تابلو نوشته‌ایم. هر بار به دلخواه دو عدد متمایز را پاک می‌کنیم و به جای آنها عدد سوم را می‌نویسیم. در چه حالت‌هایی از a و b و c هیچگاه به یک عدد تنها نمی‌رسیم؟ (۷ نمره)